

# TABLE DES MATIÈRES

<b>AVANT-PROPOS .....</b>	<b>XII</b>
<b>NOTATIONS .....</b>	<b>XV</b>
<b>I. REPRÉSENTATION TENSORIELLE DES PROPRIÉTÉS ANISOTROPES .....</b>	<b>1</b>
<b>1. NOTIONS D'ANISOTROPIE</b>	<b>1</b>
1.1. Susceptibilité d'un système linéaire isotrope	1
1.2. Susceptibilité d'un système linéaire anisotrope	2
<b>2. LES ORIGINES DE L'ANISOTROPIE</b>	<b>3</b>
2.1. L'anisotropie microscopique	3
2.1.1. Interactions et ordre	3
2.1.2. Les états de la matière	4
2.2. L'anisotropie macroscopique	9
2.2.1. Au niveau du matériau	9
2.2.2. Au niveau du champ appliqué	10
<b>3. TENSEURS DE RANG 2</b>	<b>10</b>
3.1. Exemple de tenseur de rang 2	10
3.2. Tenseurs symétriques et antisymétriques	11
<b>4. NOTATIONS BRACKET</b>	<b>12</b>
4.1. Définitions	12
4.2. Propriétés	13
<b>5. CHANGEMENTS DE BASE</b>	<b>15</b>
5.1. Transformation des composantes d'un vecteur	15
5.2. Transformation des composantes d'un tenseur de rang 2	16
5.3. Généralisation de la notion de tenseur	18
5.4. Tenseur de rang 2 exprimé dans sa base propre	18
5.4.1. Généralités	18
5.4.2. Cas particulier des tenseurs symétriques	20

<b>6. INTENSITÉ D'UNE PROPRIÉTÉ DANS UNE DIRECTION</b>	<b>20</b>
6.1. Définition, exemple de la conductivité	20
6.2. Quadrique représentative d'un tenseur symétrique de rang 2	21
6.2.1. Définition	21
6.2.2. Propriétés géométriques des quadriques	22
6.2.3. Cas particuliers	25
6.3. Ellipsoïde des grandeurs	27
<b>II. PROPRIÉTÉS ÉLASTIQUES DES MATÉRIAUX .....</b>	<b>29</b>
<b>1. NOTIONS D'ÉLASTICITÉ</b>	<b>29</b>
<b>2. TENSEUR DES CONTRAINTES</b>	<b>31</b>
2.1. Notion de contrainte	31
2.1.1. Contraintes homogènes	31
2.1.2. Contraintes inhomogènes	31
2.2. Caractère tensoriel des composantes d'un vecteur contrainte	33
2.3. Exemples simples	35
2.3.1. Contrainte uniaxiale	35
2.3.2. Pression hydrostatique	36
2.3.3. Cisaillement pur	36
2.4. Équations générales de l'équilibre	37
2.5. Équilibre des moments	39
<b>3. TENSEUR DES DÉFORMATIONS</b>	<b>40</b>
3.1. Déformation unidimensionnelle	40
3.2. Déformation tridimensionnelle	41
3.3. Interprétation géométrique des éléments du tenseur des déformations	43
3.4. Exemples de déformations	45
3.4.1. Cisaillement pur	45
3.4.2. Cisaillement simple	45
3.4.3. Dilatation	46
3.4.4. Allongement dans une direction donnée	47
<b>4. COEFFICIENTS D'ÉLASTICITÉ</b>	<b>47</b>
4.1. Tenseur d'élasticité	47
4.2. Écriture matricielle de la loi de HOOKE généralisée	48
4.3. Énergie élastique	50
4.4. Symétrie des coefficients $c_{\alpha\beta}$	53
4.5. Expression matricielle de la densité d'énergie élastique	54
<b>5. EXEMPLES D'APPLICATIONS</b>	<b>54</b>
5.1. Traction d'une éprouvette taillée dans un cristal de symétrie cubique	54

5.2.	Propriétés élastiques des milieux macroscopiquement isotropes	59
5.2.1.	Équations de l'élasticité	59
5.2.2.	Traction d'une éprouvette	60
5.2.3.	Module d'incompressibilité et coefficient de compressibilité isotherme	62
5.2.4.	Module de cisaillement	63
<b>6.</b>	<b>PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES PLANES</b>	<b>64</b>
6.1.	Équations de propagation en symétrie cubique	64
6.2.	Tenseur de CHRISTOFFEL en symétrie cubique	66
6.3.	Directions de propagation particulières	67
6.3.1.	Direction [100]	67
6.3.2.	Direction [110]	67
6.3.3.	Vibration longitudinale dans une direction quelconque	68
6.4.	Milieux de plus basse symétrie	69
6.5.	Ordres de grandeur	70
<b>III.</b>	<b>EXEMPLES DE SYSTÈMES LINÉAIRES SIMPLES.....</b>	<b>73</b>
<b>1.</b>	<b>POLARISATION DIÉLECTRIQUE</b>	<b>74</b>
1.1.	Mécanismes microscopiques de la polarisation	74
1.1.1.	Polarisation électronique atomique	74
1.1.2.	Polarisation électronique moléculaire	76
1.1.3.	Notion de champ local	78
1.1.4.	Polarisation ionique	78
1.1.5.	Polarisation par orientation	79
1.2.	Polarisation macroscopique et susceptibilité diélectrique	82
1.2.1.	Déplacement électrique et permittivité diélectrique	83
1.2.2.	Champ dépolarisant et influence de la forme du matériau	84
1.2.3.	Énergie d'un milieu polarisé	86
1.2.4.	Permittivité mesurée dans une direction quelconque	87
1.2.5.	Influence de la fréquence sur la permittivité	88
1.2.6.	Tenseur d'imperméabilité diélectrique et ellipsoïde des indices	89
1.3.	Non linéarités diélectriques	90
1.3.1.	Saturation de la polarisation	90
1.3.2.	Ferroélectricité	91
<b>2.</b>	<b>SUSCEPTIBILITÉ MAGNÉTIQUE</b>	<b>93</b>
2.1.	Dipôles magnétiques microscopiques	93
2.2.	Aimantation et susceptibilité magnétique	96
2.3.	Champ macroscopique à l'intérieur d'un milieu aimanté	98
2.3.1.	Cas d'un cylindre allongé	98
2.3.2.	Ellipsoïde uniformément aimanté	99

2.4.	Densité d'énergie emmagasinée dans un milieu aimanté	99
2.5.	Anisotropies magnétiques	100
2.5.1.	Anisotropie magnétocristalline	100
2.5.2.	Anisotropie de forme	100
2.5.3.	Anisotropie de distribution	101
<b>3.</b>	<b>PHÉNOMÈNES DE TRANSPORT</b>	<b>101</b>
3.1.	Conductivité électrique	101
3.1.1.	Loi d'OHM	101
3.1.2.	Expression locale de la loi de JOULE	102
3.1.3.	Principaux mécanismes de conduction	102
3.1.4.	Exemples de conducteurs anisotropes	105
3.2.	Conductivité thermique	106
3.2.1.	Mécanismes responsables de la conductivité thermique	107
3.2.2.	Propagation de la chaleur autour d'une source ponctuelle	107
<b>IV.</b>	<b>PROPRIÉTÉS PHYSIQUES COUPLÉES .....</b>	<b>109</b>
<b>1.</b>	<b>MATRICE DE SUSCEPTIBILITÉ GLOBALE</b>	<b>109</b>
1.1.	Paramètres intensifs énergétiques	109
1.2.	Enthalpie libre globale	110
1.3.	Interprétation physique des éléments de la matrice de susceptibilité.	111
1.4.	Définition complète des susceptibilités	112
<b>2.</b>	<b>LA PIÉZOÉLECTRICITÉ</b>	<b>114</b>
2.1.	Effet piézoélectrique direct	114
2.2.	Effet piézoélectrique inverse	115
2.3.	Classes cristallines compatibles avec la piézoélectricité	116
2.4.	Exemples de matériaux piézoélectriques	117
2.4.1.	Le quartz	117
2.4.2.	Les céramiques de PZT	119
2.4.3.	Les polymères de PVDF	119
2.5.	Surface représentative de la piézoélectricité longitudinale	120
2.5.1.	Cas du quartz droit dans le plan $Ox_1x_2$	121
2.5.2.	Cas du quartz droit dans le plan $Ox_1x_3$	122
2.6.	Ordres de grandeur et applications	123
2.6.1.	Ordres de grandeur	123
2.6.2.	Phénomènes statiques ou quasi statiques	124
2.6.3.	Génération et détection d'ondes acoustiques	124
2.6.4.	Résonateurs et filtres en électronique	124

<b>3. LA PYROÉLECTRICITÉ</b>	<b>125</b>
3.1. Description du phénomène	125
3.2. Coefficients pyroélectriques libres et fixes	125
3.3. Ordres de grandeur et applications	127
<b>4. DILATATION THERMIQUE</b>	<b>127</b>
4.1. Origine microscopique	127
4.2. Tenseur de dilatation thermique	129
4.2.1. Dilatation dans une direction donnée	129
4.2.2. Ordres de grandeur	130
<b>5. COUPLAGES MAGNÉTIQUES</b>	<b>131</b>
5.1. Couplage magnétocalorique	131
5.1.1. Principe	131
5.1.2. Application à la réfrigération magnétique	132
5.2. Couplages magnétoélastiques	132
5.2.1. Le piézomagnétisme	133
5.2.2. La magnétostriction	133
5.2.3. Ordres de grandeur et applications des effets magnétostrictifs	134
5.3. Matériaux multiferroïques	135
<b>V. PROPAGATION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES .....</b>	<b>137</b>
<b>1. STRUCTURE D'UNE ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE PLANE DANS UN MILIEU ANISOTROPE</b>	<b>138</b>
1.1. Équations de MAXWELL dans un milieu anisotrope	138
1.2. Vitesse de propagation de l'onde électromagnétique plane	140
1.3. Ellipsoïde des indices	141
1.4. Directions de polarisation permises	142
<b>2. SURFACE DES INDICES</b>	<b>143</b>
2.1. Milieux isotropes	144
2.2. Milieux uniaxes	144
2.2.1. Ellipsoïde des indices	144
2.2.2. Angle entre le vecteur d'onde et le vecteur de POYNTING	145
2.3. Milieux biaxes	146
<b>3. SURFACE D'ONDE</b>	<b>148</b>
3.1. Vitesse de propagation du rayon lumineux	148
3.2. Relation entre surface d'onde et surface des indices	148
3.3. Cas particulier des milieux uniaxes	150
3.4. Réfraction d'une onde plane par un milieu anisotrope	150
3.4.1. Construction de SNELL-DESCARTES	151
3.4.2. Construction de HUYGENS	153

<b>4. EXEMPLES ET ORDRES DE GRANDEUR</b>	<b>154</b>
4.1.  Lame de calcite $\text{CaCO}_3$	154
4.2.  Prisme de ROCHON	155
4.3.  Polariseurs optiques	156
<b>5. MODIFICATION DE LA POLARISATION DE LA LUMIÈRE</b>	<b>158</b>
5.1.  États de polarisation de la lumière	158
5.1.1.  Polarisations rectilignes	158
5.1.2.  Polarisations elliptiques	159
5.1.3.  Polarisations circulaires	160
5.1.4.  Lumière naturelle	161
5.2.  Action d'une lame anisotrope sur une vibration rectiligne	161
5.2.1.  Lame uniaxe d'axe optique parallèle à sa face d'entrée	161
5.2.2.  Lame demi-onde ( $\varphi = \pi$ )	163
5.2.3.  Lame quart d'onde ( $\varphi = \pi/2$ )	163
5.3.  Polarisation rotatoire	164
5.3.1.  Activité optique naturelle	164
5.3.2.  Effet FARADAY	166
<b>6. BIRÉFRINGENCE PROVOQUÉE</b>	<b>166</b>
6.1.  Effets électro-optiques	167
6.1.1.  Effet POCKELS	167
6.1.2.  Effet KERR	171
6.2.  Effets magnéto-optiques	173
6.2.1.  Transmission des ondes électromagnétiques	174
6.2.2.  Réflexion des ondes électromagnétiques	174
6.2.3.  Applications	174
6.3.  Effet piézo-optique	175
6.3.1.  Représentation matricielle	175
6.3.2.  Matériau isotrope soumis à une contrainte uniaxiale	176
6.4.  Notion d'acousto-optique	177
6.4.1.  Création d'un réseau de phase acousto-optique	178
6.4.2.  Diffraction de RAMAN-NATH	179
6.4.3.  Diffraction de BRAGG	180
6.4.4.  Applications	181
 <b>ANNEXE 1 : RAPPELS SUR LES ÉQUATIONS DE MAXWELL .....</b>	 <b>183</b>
<b>1. EN RÉGIME STATIONNAIRE</b>	<b>183</b>
1.1.  Dans le vide	183
1.2.  Dans la matière	187

<b>2. EN RÉGIME VARIABLE</b>	<b>187</b>
<b>ANNEXE 2 : RAPPELS SUR LES CHANGEMENTS DE REPÈRES.....</b>	<b>188</b>
<b>1. TRANSFORMATIONS ORTHOGONALES</b>	<b>188</b>
<b>2. TRANSFORMATION DES COORDONNÉES D'UN POINT</b>	<b>189</b>
<b>3. EXPRESSION DE LA MATRICE [A] À PARTIR DES COSINUS DIRECTEURS</b>	<b>190</b>
<b>4. TRANSFORMATION DES COMPOSANTES D'UN TENSEUR</b>	<b>191</b>
<b>ANNEXE 3 : VECTEURS POLAIRES ET VECTEURS AXIAUX.....</b>	<b>192</b>
<b>1. VECTEURS POLAIRES</b>	<b>192</b>
1.1. Transformation des composantes d'un vecteur polaire	192
1.2. Exemples de vecteurs polaires	192
<b>2. VECTEURS AXIAUX</b>	<b>193</b>
2.1. Transformation des composantes d'un produit vectoriel	193
2.1.1. Loi générale	193
2.1.2. Rotation du repère autour de $Ox_3$	193
2.1.3. Passage d'un repère direct à un repère indirect	194
2.1.4. Conséquences sur les produits de vecteurs	195
2.2. Exemples de vecteurs axiaux	195
<b>ANNEXE 4 : SYMÉTRIES ET INVARIANCES .....</b>	<b>197</b>
<b>1. SYMÉTRIES MICROSCOPIQUES ET MACROSCOPIQUES</b>	<b>197</b>
<b>2. SYMETRIES DES PHÉNOMÈNES PHYSIQUES</b>	<b>197</b>
2.1. Opérateurs de symétrie	198
2.1.1. Rotations propres « $\mathbf{n}$ »	198
2.1.2. Rotations impropres « $\bar{\mathbf{n}}$ »	198
2.2. Groupes de symétries d'orientation	199
<b>3. INVARIANCE DES PHÉNOMÈNES PHYSIQUES</b>	<b>201</b>
3.1. Invariance des champs de vecteurs	201
3.1.1. Vecteurs polaires	201
3.1.2. Vecteurs axiaux	202
3.2. Principe de CURIE	203
3.2.1. Énoncé	203
3.2.2. Exemple d'application	203

3.2.3.	Les limites du principe de CURIE	204
3.3.	Invariance des matériaux et conséquences sur les tenseurs de susceptibilité	204
3.3.1.	Méthode générale appliquée à un tenseur symétrique de rang 2 pour le groupe ponctuel <b>3</b>	205
3.3.2.	Méthode d'inspection directe	206
3.3.3.	Exemple d'application dans un milieu de symétrie cubique <b>23</b>	207
3.3.4.	Forme générale des matrices de susceptibilité pour les 32 groupes cristallographiques	211
<b>4.</b>	<b>MATRICES REPRÉSENTATIVES DES PRINCIPAUX TENSEURS</b>	<b>214</b>

## **ANNEXE 5 : RELATIONS ENTRE LES SUSCEPTIBILITES DÉFINIES DANS DES CONDITIONS DIFFÉRENTES .....224**

<b>1.</b>	<b>PERMITTIVITÉS LIBRES ET FIXES ISOTHERMES</b>	<b>224</b>
<b>2.</b>	<b>AUTRES RELATIONS IMPORTANTES</b>	<b>225</b>

## **ANNEXE 6 : SURFACE DES INDICES ET SURFACE D'ONDE .....227**

<b>1.</b>	<b>SURFACE DES INDICES</b>	<b>227</b>
1.1.	Équation générale	227
1.2.	Cas particulier des milieux uniaxes	229
<b>2.</b>	<b>SURFACE D'ONDE</b>	<b>229</b>

## **ANNEXE 7 : PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES DANS LES MILIEUX PIÉZOÉLECTRIQUES .....231**

<b>1.</b>	<b>TENSEUR DE CHRISTOFFEL</b>	<b>231</b>
<b>2.</b>	<b>ÉQUATIONS DE COUPLAGE PIÉZOÉLECTRIQUE</b>	<b>232</b>
<b>3.</b>	<b>TENSEUR DE CHRISTOFFEL D'UN MILIEU PIÉZOÉLECTRIQUE</b>	<b>233</b>

## **EXERCICES CORRIGÉS .....235**

I.1	Expression d'un tenseur dans sa base propre	235
I.2	Conservation de la symétrie d'un tenseur dans un changement de repère	236
I.3	Forme quadratique associée à un tenseur antisymétrique	236
I.4	Recherche d'une direction associée à une valeur donnée	237
II.1	Tenseur des variations pour une rotation	238
II.2	Analyse de contraintes	239
II.3	Cercle de MOHR	242

II.4 Onde acoustique dans une direction [111] d'un cristal cubique	244
IV.1 Tenseur de dilatation thermique d'un cristal monoclinique	246
IV.2 Tenseur piézoélectrique pour le groupe de symétrie <b>432</b>	248
IV.3 Tenseur piézoélectrique pour le groupe de symétrie <b><math>\bar{4}2m</math></b>	250
IV.4 Relations entre coefficients « libres » et « fixes » dans LiNbO <sub>3</sub>	253
<b>PROBLÈMES CORRIGÉS .....</b>	<b>256</b>
I.1 Tenseur caractéristique d'une interaction à courte portée	256
I.2 Tenseur d'inertie	260
II.1 Tenseur des déformations	264
II.2 Élasticité en traction d'un ruban de fibres	270
II.3 Déformation d'une barre sous son poids	275
II.4 Torsion d'un fil	278
II.5 Tri-cercle de MOHR	281
III.1 Tenseur de permittivité et quadrique associée	288
III.2 Tenseur de conductivité électrique	291
III.3 Forces exercées sur une substance magnétique anisotrope dans un champ magnétique non uniforme	294
IV.1 Effet piézoélectrique direct dans le quartz	297
V.1 Modulateur électro-optique	302